Produit scalaire

Définitions équivalentes

$$\vec{u}.\vec{v} = \|\vec{u}\| \times \|\vec{v}\| \times \cos(\vec{u}, \vec{v})$$

$$\vec{u}.\vec{v} = xx' + yy'$$

où (x, y) et (x', y') sont les coordonnées de $\vec{u}$ et $\vec{v}$

dans un repère **orthonormé**

(ajouter +zz' dans l'espace !)

$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = \overline{AB} \times \overline{AH}$ où H est le projeté orthogonal de C sur (AB)

$$\vec{u}.\vec{v} = \frac{1}{2}\left[\|\vec{u}+\vec{v}\|^2 - \|\vec{u}\|^2 - \|\vec{v}\|^2\right]$$

Propriétés

$$\vec{u}.\vec{v} = \vec{v}.\vec{u}$$

$$\vec{u}.(\vec{v}+\vec{w}) = \vec{u}.\vec{v} + \vec{u}.\vec{w}$$

$$(a\vec{u}).(b\vec{v}) = ab \times \vec{u}.\vec{v}$$

Orthogonalité

$$\vec{u} \perp \vec{v} \Leftrightarrow \vec{u}.\vec{v} = 0$$

$$\vec{u}.\vec{v} > 0 \Leftrightarrow (\vec{u}, \vec{v}) \text{ aigu}$$

$$\vec{u}.\vec{v} < 0 \Leftrightarrow (\vec{u}, \vec{v}) \text{ obtus}$$

Distance

$$AB = d(A, B) = \|\overrightarrow{AB}\| = |\overline{AB}| = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

$$\overrightarrow{AB}^2 = \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AB} = AB^2$$

Théorème d'Al Kashi

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\widehat{A}$$

(et ses copines obtenues par permutations circulaires)

Théorème de la médiane

$$MA^2 + MB^2 = 2MI^2 + \frac{1}{2}AB^2 \qquad \text{avec } I = mil(A,B)$$

$$\text{noter aussi : } MA^2 - MB^2 = 2\overrightarrow{IM}.\overrightarrow{AB}$$

Surface d'un triangle

$$S = \frac{1}{2}bc\sin\widehat{A} \qquad \text{(et ses copines obtenues par permutations circulaires)}$$

Formule des sinus

$$\frac{a}{sin\widehat{A}} = \frac{b}{sin\widehat{B}} = \frac{c}{sin\widehat{C}} = \frac{abc}{2S} = 2R \qquad (R \text{ rayon du cercle circonscrit})$$

Equation cartésienne d'une droite

$$ax + by + c = 0 \qquad (\text{vecteur directeur } \vec{u}(-b;a), \text{ vecteur normal } \vec{n}(a;b))$$

Equation cartésienne d'un plan

$$ax + by + cz + d = 0 \qquad (\text{vecteur normal } \vec{n}(a;b;c))$$

Equation du cercle C de centre $\Omega(x_0, y_0)$ et de rayon r

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = r^2$$

Equation de la sphère S de centre $\Omega(x_0, y_0, z_0)$ et de rayon r

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2 = r^2$$

Distance du point $M(x_0, y_0)$ à la droite D d'équation $ax + by + c = 0$

$$d(M, D) = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

Distance du point $M(x_0, y_0, z_0)$ au plan P d'équation $ax+by+cz+d = 0$

$$d(M, P) = \frac{|ax_0 + by_0 + cz_0 + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$$